

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ 22- 24 mai 2009

Filiera tehnologică: profil servicii, profil resurse naturale și protecția mediului

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE
CLASA a IX-a

I. a) Se deduce direct $a_n = n + (n+1) + \dots + (n+5) = 6n + 15$

sau

Observă că $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ este o progresie aritmetică cu rația $r = 6$ și deduce că

$a_n = 6n + 15$ 3p

b) $A_{10} = 21 \cdot 27 \cdot 33 \cdot 39 \cdot 45 \cdot 51 \cdot 57 \cdot 63 \cdot 69 \cdot 75$

În acest produs, factorii primi: 11, 13, 17, 19 sau 23 apar o singură dată, rezultă că A_{10} nu este pătrat perfect.....2p

c) De la punctul b) observă că $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ nu sunt pătrate perfecte.

Calculează $a_{11} = 81 = 9^2$ 1p

Deduce $n_{\min} = 11$ 1p

Total 7 puncte

II. $f(x) = (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})x^2 + (3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})x$ cu $2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} < 0$

Calculează $x_v = \frac{6+5\sqrt{6}}{12}$, abscisa punctului de maxim3p

$x_v \in (1, 2) \Rightarrow$ cel mai mare element al mulțimii A este $f(1)$ sau $f(2)$ 2p

Obține $f(2) > f(1)$ 1p

Finalizare $y_{\max} = f(2) = 14\sqrt{3} - 16\sqrt{2}$ 1p

Total 7 puncte

III. a) $\left. \begin{array}{l} \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DN} \\ \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{EN} \end{array} \right\} \Rightarrow 2\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GE}$ 1p

Analog:

$2\overrightarrow{PL} = \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DF}$ 1p

$2\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{FO} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EG}$ 1p

În final: $\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{PL} + \overrightarrow{MR} = \vec{0}$, deci cei trei vectori formează un triunghi.....1p

b) Arată că $FG \parallel AB$ și $\frac{AO}{AF} = \frac{BO}{BG}$ 1p

$\left. \begin{array}{l} DF \parallel BO \Rightarrow \frac{AO}{AF} = \frac{AB}{AD} \\ EG \parallel AO \Rightarrow \frac{AB}{BE} = \frac{BO}{BG} \end{array} \right\}$ 1p

Obține $AD = BE$ 1p

Total 7 puncte

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ 22- 24 mai 2009

Filiera tehnologică: profil servicii, profil resurse naturale și protecția mediului

IV. a) $S_1 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$ 1p

$S_2 = \frac{8}{9} - 8 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2 = \left(\frac{8}{9}\right)^2$ 1p

$S_3 = \left(\frac{8}{9}\right)^2 - 8^2 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^3 = \left(\frac{8}{9}\right)^3$ 1p

b) Folosim inducția matematică. Conform punctului a) etapa I (verificarea) a fost făcută.

Presupunem că $S_n = \left(\frac{8}{9}\right)^n, n \in \mathbb{N}^*$

Știm că $S_{n+1} = S_n - 8^n \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{n+1}$ 2p

Obține $S_{n+1} = \left(\frac{8}{9}\right)^{n+1}$ 1p

Deduce că $S_n = \left(\frac{8}{9}\right)^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ 1p

Total 7 puncte